

# スピンポンピングとスピン移行トルクについて

大阪大院 基礎工, 藤本純治<sup>†</sup>

スピントロニクスにおいて, 磁化ダイナミクスによってスピン流を生成するオーソドックスな手法であるスピンポンピングとそれに付随するスピン移行トルクについて, 接合系の場合に対する現象論についてまとめた. 主に文献 [1] に基づいている.

## 1 磁化が従う運動方程式 — Landau-Lifshitz-Gilbert 方程式

(空間的に一様な) 磁化  $\mathbf{M}$  の運動<sup>1)</sup>は Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) 方程式によって記述される. 以下では磁化を規格化したベクトル  $\mathbf{n} (= \mathbf{M}/M)$  を用いる.

$$\frac{d\mathbf{n}}{dt} = \gamma \mathbf{H}_{\text{eff}} \times \mathbf{n} + \alpha \mathbf{n} \times \frac{d\mathbf{n}}{dt}, \quad (1.1)$$

ただし全有効磁場  $\mathbf{H}_{\text{eff}} \equiv -\delta F/\delta \mathbf{M}$  で与えられ,  $F$  は自由エネルギーである. また  $\gamma, \alpha$  はそれぞれ磁気回転比, Gilbert 減衰係数. 右辺第 1 項は,  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  方向まわりの歳差運動を表し, 第 2 項は  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  方向へのトルクを表している.  $\alpha$  がゼロであれば, 磁化はいつまでも歳差運動をして全有効磁場の方を向かないが, 何らかの効果で  $\alpha \neq 0$  となれば (たとえば伝導電子との  $s$ - $d$  相互作用によって<sup>2)</sup>), 磁化の方向が  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  へと落ち着く<sup>3)</sup>.

また式 (1.1) の両辺に左から  $\alpha \mathbf{n} \times$  を作用させたものと, 式 (1.1) そのものを足し合わせると Landau-Lifshitz (LL) 方程式

$$(1 + \alpha^2) \frac{d\mathbf{n}}{dt} = \gamma \mathbf{H}_{\text{eff}} \times \mathbf{n} - \gamma \alpha \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}) \quad (1.2)$$

に書き換えることができる. 磁化ダイナミクスと電流との相互作用によるトルクが LLG 方程式もしくは LL 方程式の右辺にさらに付け加わることになるが, どちらの式を用いるかは当然ながら統一しておかねばならない.

ここで一般に磁化に働くトルクには二つの種類があることについて触れておく. まずトルクの定義から, トルクは  $\mathbf{n}$  に垂直な方向なベクトルである. そこで次の三つのベクトル

$$\mathbf{n}, \quad \frac{d\mathbf{n}}{dt}, \quad \mathbf{n} \times \frac{d\mathbf{n}}{dt} \quad (1.3)$$

を考えれば, すべてのトルクは後ろ二つのベクトルが張る二次元平面内にあると言える. そしてそれぞれに比例するトルクは — これが重要なことなのであるが — 時間反転操作 ( $t \rightarrow -t, \mathbf{n} \rightarrow -\mathbf{n}$ ) に対して,

$$\frac{d\mathbf{n}}{dt} \rightarrow \frac{d\mathbf{n}}{dt}, \quad \mathbf{n} \times \frac{d\mathbf{n}}{dt} \rightarrow -\mathbf{n} \times \frac{d\mathbf{n}}{dt} \quad (1.4)$$

となり, 前者は不変であり (reactive なトルクと呼ぶ), 後者は符号が反転する (dissipative なトルクと呼ぶ). すなわち, 散逸的であるか否かを示している.

## 2 強磁性体-常磁性金属ヘテロ構造におけるスピン移行トルク

強磁性金属 (FM) と常磁性金属 (NM) の層状構造で, 強磁性体側に電圧が加えられているモデルを考える (図 1). NM 側に非平衡磁化 (スピン蓄積) があるときの, NM があることにより生じるスピン移行トルクを求

<sup>†</sup> jfujimoto@blade.mp.es.osaka-u.ac.jp

<sup>1)</sup>  $\mathbf{M}$  を各サイトの局在スピンに対して連続体近似したと考える議論は [2] などに見られる. ここでは  $\mathbf{M}$  に対するより現実的な位置づけにも脚注にて言及されている.

<sup>2)</sup> この場合は伝導電子が磁化の方を向くスピンのくりこみも起こる.

<sup>3)</sup> マグノンとの相互作用やスピン軌道相互作用による起源も考えられる.

める．簡単のためにスピン軌道相互作用や不純物の存在 [3] は無視し，界面での FM 側のスピン移行トルクの効果 [4] も考えない．

電圧を FM 側にかけているので電子は NM から FM に流れる．二流体モデルに基づいて，磁化の方向  $\mathbf{n}$  の成分  $\uparrow, \downarrow$  という二つのチャンネルが Ohm の法則に従うと見なす．FM での電荷に対する電圧  $V_F^{(c)}$  とし，磁化のために生じる  $V_F^{(c)}$  からの電位差を  $V_F^{(s)}\mathbf{n}$  とベクトルで表す．同じような考え方で NM での電荷に対する電圧  $V_N^{(c)}$  とし，非平衡磁化 (スピン蓄積) のために生じる  $V_N^{(c)}$  からの電位差を  $V_N^{(s)}$  とベクトルで表す (方向は非平衡磁化と同じ)．ベクトルで表す理由は，一般には非平衡磁化の方向が磁化と異なる方向でもよいため<sup>4)</sup>．

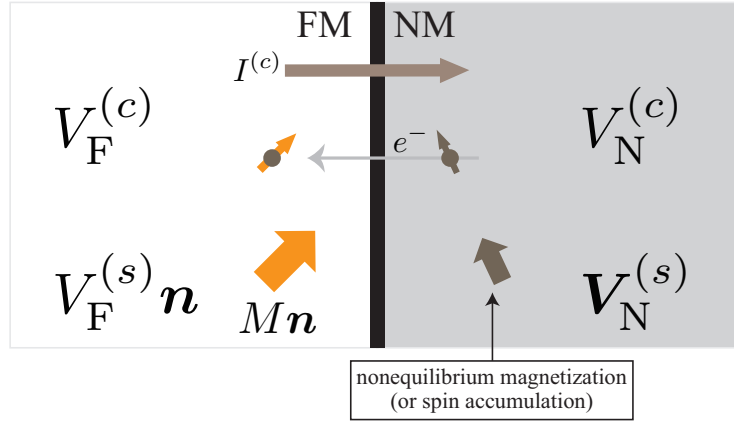


図1 FM-NM ヘテロ構造のポンチ絵．非平衡磁化 (スピン蓄積) を仮定．

少し整理すると，FM 内で  $\mathbf{n}$  に平行，反平行な成分  $\uparrow, \downarrow$  のスピンを持つ電子が感じる電圧  $V_F^\uparrow, V_F^\downarrow$  はそれぞれ

$$\begin{aligned} V_F^\uparrow &= V_F^{(c)} + V_F^{(s)}, \\ V_F^\downarrow &= V_F^{(c)} - V_F^{(s)}, \end{aligned} \quad (2.1)$$

また NM 内で  $V_N^{(s)}$  に平行，反平行な成分  $\uparrow, \downarrow$  のスピンを持つ電子が感じる電圧  $V_N^\uparrow, V_N^\downarrow$  はそれぞれ

$$\begin{aligned} V_N^\uparrow &= V_N^{(c)} + V_N^{(s)}, \\ V_N^\downarrow &= V_N^{(c)} - V_N^{(s)} \end{aligned} \quad (2.2)$$

と書けるので， $\mathbf{n}$  に平行 (反平行) な成分の電流は FM と NM の電位差にコンダクタンスをかけたものに等しい．すなわち  $V_N^{(s)}$  の  $\mathbf{n}$  への射影を用いて

$$\begin{aligned} I_\uparrow &= G_\uparrow \left[ \left( V_N^{(c)} - V_F^{(c)} \right) + \mathbf{n} \cdot \left( V_N^{(s)} - \mathbf{n} V_F^{(s)} \right) \right], \\ I_\downarrow &= G_\downarrow \left[ \left( V_N^{(c)} - V_F^{(c)} \right) - \mathbf{n} \cdot \left( V_N^{(s)} - \mathbf{n} V_F^{(s)} \right) \right], \end{aligned} \quad (2.3)$$

ここで  $G_\uparrow, G_\downarrow$  はスピン依存する界面コンダクタンス．電流は  $I^{(c)} = I_\uparrow + I_\downarrow$  で与えられ，界面で連続でなければならない．ちなみに  $G_\uparrow \neq G_\downarrow$  であれば第 2 項がキャンセルせずに残る．

縦スピン流  $(I_\uparrow - I_\downarrow)\mathbf{n}$  を式 (2.3) の差 (のベクトル) で定義すれば，当然  $\mathbf{n}$  にスピン分極しており，減衰せずに流れる．横スピン流を  $\mathbf{n}, V_N^{(s)}$  に直交するベクトルを用いて表すと

$$-2G_\perp^{(R)} \mathbf{n} \times \left( \mathbf{n} \times V_N^{(s)} \right) - 2G_\perp^{(I)} \left( \mathbf{n} \times V_N^{(s)} \right) \quad (2.4)$$

<sup>4)</sup> 正確には，このモデルでは磁化と非平衡磁化とが異なる方向を向いていないとトルクが生じないことが式 (2.6) から分かる．暗黙のうちに FM1-NM-FM2 系を仮定し，FM1 から  $V_N^{(s)}$  にスピン変極した電子を NM に注入し，NM-FM2 界面を考えることを仮定しているようである．

となる．ここで  $G_{\perp}^{(R)}$ ,  $G_{\perp}^{(I)}$  はそれぞれ独立な横界面コンダクタンスで，ミクロな理論で用いられる“スピン混成”界面コンダクタンス  $G_{\uparrow\downarrow}$  と  $G_{\uparrow\downarrow} = G_{\perp}^{(R)} + iG_{\perp}^{(I)}$  という関係にある．以上から NM 側の全スピン流は

$$I_N^{(s,bias)} = (I_{\uparrow} - I_{\downarrow}) \mathbf{n} - 2G_{\perp}^{(R)} \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{V}_N^{(s)}) - 2G_{\perp}^{(I)} (\mathbf{n} \times \mathbf{V}_N^{(s)}). \quad (2.5)$$

このスピン流の横成分は界面の FM 側の非常に薄い領域 ( $\sim 1$  nm) で吸収されるので，遷移金属の多層系におけるスピン移行は，強磁性超薄膜を除き，表面効果と見なすことができ，この横成分から生じるスピン移行トルクは

$$\begin{aligned} \tau_{\text{stt}}^{(bias)} &= -\frac{\gamma\hbar}{2eM\mathcal{V}} \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{I}_N^{(s,bias)}) \\ &= -\frac{\gamma\hbar}{eM\mathcal{V}} \left[ G_{\perp}^{(R)} \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{V}_N^{(s)}) + G_{\perp}^{(I)} (\mathbf{n} \times \mathbf{V}_N^{(s)}) \right]. \end{aligned} \quad (2.6)$$

このトルクを LLG 方程式 (1.1) の右辺に付け加えて

$$\frac{d\mathbf{n}}{dt} = \gamma \mathbf{H}_{\text{eff}} \times \mathbf{n} + \tau_{\text{stt}}^{(bias)} + \alpha \mathbf{n} \times \frac{d\mathbf{n}}{dt} \quad (2.7)$$

となる．

いま仮にパラメタ  $\mathbf{V}_N^{(s)}$  が  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  と平行であったとすると，

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{n}}{dt} &= \gamma (1 + g_{\perp}^{(I)}) \mathbf{H}_{\text{eff}} \times \mathbf{n} + \alpha \mathbf{n} \times \frac{d\mathbf{n}}{dt} - \gamma g_{\perp}^{(R)} \mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}) \\ &\simeq \gamma (1 + g_{\perp}^{(I)}) \mathbf{H}_{\text{eff}} \times \mathbf{n} + (\alpha + \gamma g_{\perp}^{(R)}) \mathbf{n} \times \frac{d\mathbf{n}}{dt}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

ここで磁化の時間変化はほとんど歳差運動だと見なせる ( $d\mathbf{n}/dt \propto \mathbf{H}_{\text{eff}} \times \mathbf{n}$ ) とし， $g_{\perp}^{(R)} = \hbar G_{\perp}^{(R)} V_N^{(s)} / eM\mathcal{V}H_{\text{eff}}$  などおいた．このことから，接合系における電流が与えるトルクにも磁気回転比  $\gamma$  を修正する項と，Gilbert 減衰定数  $\alpha$  を修正する項があることが分かる．時間反転操作に対する変換が式 (1.4) であることも再度指摘しておく．

また，パラメタ  $\mathbf{V}_N^{(s)}$  が  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  に反平行であったとすると，

$$\frac{d\mathbf{n}}{dt} = \gamma (1 - g_{\perp}^{(I)}) \mathbf{H}_{\text{eff}} \times \mathbf{n} + (\alpha - \gamma g_{\perp}^{(R)}) \mathbf{n} \times \frac{d\mathbf{n}}{dt} \quad (2.9)$$

となり，第 2 項の係数が負となりえて，その場合は最終的に磁化が反転することになる (接合系のスピン注入磁化反転)．

### 3 強磁性体-常磁性金属ヘテロ構造におけるスピンポンピング

スピン流により磁化ダイナミクスが誘起される過程の逆，すなわち磁化の時間変化によってスピン流が誘起される過程を考える．つまり，構造はさきほどと同じく FM-NM ヘテロ構造 (図 2) で，電場は印加しない代わりに磁化の時間変化を仮定する．

あまり高くない温度領域 (かつあまり高くない励起状態) では，磁化ダイナミクスにおいて磁化の大きさ  $M$  は保存される．それゆえ (電子と磁化の  $s$ - $d$  相互作用は全角運動量を保存するので) 生成されるスピン流  $\mathbf{I}_N^{(s,pump)}$  は磁化の方向  $\mathbf{n}$  に垂直でなければならない．

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{I}_N^{(s,pump)} = 0. \quad (3.1)$$

さらに，断熱的に生成されるスピン流は  $|d\mathbf{n}/dt|$  に比例するので，

$$\frac{e}{\hbar} \mathbf{I}_N^{(s,pump)} = G_{\perp}^{(R)} \left( \mathbf{n} \times \frac{d\mathbf{n}}{dt} \right) + G_{\perp}^{(I)} \frac{d\mathbf{n}}{dt}, \quad (3.2)$$

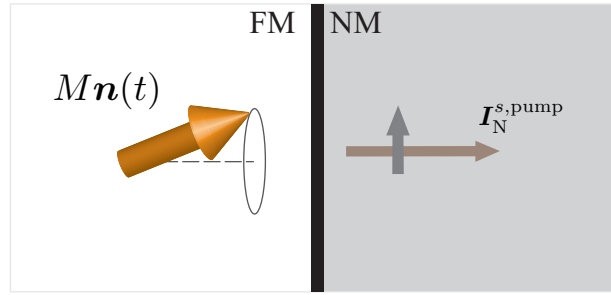


図2 FM-NM ヘテロ構造のポンチ絵その2. 今度は磁化が時間変化することを仮定.

ここで  $G_{\perp}^{(R)}$ ,  $G_{\perp}^{(I)}$  は横界面コンダクタンスである. 右辺第1項は Gilbert 減衰と同じ依存性で, Gilbert 減衰の増幅を示し, 実際に実験により確かめられている [5].

少なくとも線形応答の範囲内で互いに逆過程にあたる, すなわち “スピン混成”コンダクタンスのパラメタに対して

$$G_{\perp}^{(R)} = G_{\perp}^{(R)}, \quad G_{\perp}^{(I)} = G_{\perp}^{(I)} \quad (3.3)$$

となるという主張は Onsager の相反定理に基づいている (5 節参照).

## 4 自己無撞着性：スピン電池と増幅した Gilbert 減衰

これまでは, 電流による磁化へのトルクと磁化ダイナミクスによる電流誘起とを別々に扱ってきた. しかし本来これら二つの効果を切り離して考えることはできない. 例えば, 多層系において磁化の歳差運動によって NM にスピンの注入されると, 注入されたスピンの歳差運動に影響を及ぼすというように.

以下の二つの正反対の極限的な場合を考える. すなわち,

1. NM がスピン流が非常に早く減衰する物質である場合は, Gilbert 減衰トルクが増幅する.
2. ほとんどスピン緩和がない物質の場合, スピン蓄積から生じる拡散スピン流によって, 注入スピン流は打ち消される. (このスピン蓄積はスピン電池として理解されている [6].)

まず 1. について考察する. この場合, NM でのスピン緩和率がスピン注入率よりも十分大きいので, スピンポンピング機構によるスピン流のみを考慮すればよいだろう. つまり, スピン流として式 (3.2) のみを考え, これを式 (2.6) で考えたように,

$$\begin{aligned} \tau_{\text{stt}}^{(\text{pump})} &= -\frac{\gamma\hbar}{2eM\mathcal{V}} \mathbf{n} \times \left( \mathbf{n} \times \mathbf{I}_{\text{N}}^{(s,\text{pump})} \right) \\ &= \frac{\gamma\hbar^2}{2e^2M\mathcal{V}} \left[ G_{\perp}^{(R)} \mathbf{n} \times \frac{d\mathbf{n}}{dt} + G_{\perp}^{(I)} \frac{d\mathbf{n}}{dt} \right] \end{aligned} \quad (4.1)$$

というトルクを得る. ここで Onsager の相反定理から  $G_{\perp}^{(R)}$ ,  $G_{\perp}^{(I)}$  から  $\nu$  を取っている. まず  $\tau_{\text{stt}}^{(\text{pump})}$  は, 磁化がスピンを放出することで (磁化自身にトルクとして) 生じていることを強調しておく. また右辺第1項は LLG 方程式 (1.1) の Gilbert 減衰項に等しく, NM にスピンを汲み出すことで Gilbert 減衰は最大で

$$\alpha_{\text{stt}}^{(\text{pump})} = \frac{\gamma\hbar^2}{2e^2M\mathcal{V}} G_{\perp}^{(R)} \quad (4.2)$$

(マイクロな理論から  $G_{\perp}^{(R)} > 0$  であることは分かっている) だけ増幅されることを示している. ここで  $\alpha_{\text{stt}}^{(\text{pump})} \propto \mathcal{V}^{-1}$ , つまり FM の厚み  $d_{\text{F}}$  の逆数に比例している. これは単位面積あたりの横コンダクタンスの測定にて確かめられている [7]. 右辺第2項については磁気回転比  $\gamma$  (歳差運動の周波数  $\omega_{\text{FMR}}$ ) を修正する効果があるが, 多くの場合  $G_{\perp}^{(I)} \ll G_{\perp}^{(R)}$  なので, 検出は難しいようである.

次に 2. についてを考えることにする. すなわち

$$\mathbf{I}_N^{(s,bias)} = \mathbf{I}_N^{(s,pump)}. \quad (4.3)$$

この式に (2.5) と (3.2) を代入することで即座に次の関係を得る.

$$e\mathbf{V}_N^{(s)} = \hbar \mathbf{n} \times \frac{d\mathbf{n}}{dt}. \quad (4.4)$$

典型的な場合を考えると, NM でのスピンの拡散を特徴付ける緩和時間は, 磁化の歳差運動の周期  $\tau_p$  に比べて長いので, スピン電池としては DC 成分のみ残る.

$$\left[ e\mathbf{V}_N^{(s)} \right]^{(DC)} = \hbar \int_{\tau_p} \frac{dt}{\tau_p} \mathbf{n} \times \frac{d\mathbf{n}}{dt} \quad (4.5)$$

この電位を逆スピンホール効果などで観測 [8] することができる (スピン電池, もしくはスピン起電力).

## 5 磁化ダイナミクスとスピン流に対する Onsager の相反定理

一般に Onsager の相反定理は, カレントとそれを駆動する力との関係についての定理 [9] である. よく知られているものを例にあげるならば, 電流と熱流はそれぞれ電場<sup>5)</sup>と温度勾配によって生じるが, 温度勾配によって生じる電流や, 電場によって生じる熱流もある (これらを交差項とも呼ぶとする). この交差項の応答係数には, 時間反転に対する (反) 対称性から等号関係が成り立つ. これを Onsager の相反定理と呼ぶ.

いま考えたいカレントとは磁化ダイナミクス  $d\mathbf{n}/dt$  とスピン流  $\mathbf{I}_N^{(s)} = d\mathbf{s}_N/dt$  であり, それらを駆動する力とはそれぞれ全有効磁場  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  と非平衡磁化 (スピン蓄積) が生む電圧  $\mathbf{V}_N^{(s)}$  である. すなわち, 自由エネルギーの変化率<sup>6)</sup>は

$$\frac{dF_N}{dt} = -\frac{d\mathbf{s}_N}{dt} \cdot \mathbf{V}_N^{(s)}, \quad (5.1)$$

$$\frac{dF(\mathbf{n})}{dt} = -M\mathcal{V} \frac{d\mathbf{n}}{dt} \cdot \mathbf{H}_{\text{eff}} \quad (5.2)$$

と表される<sup>7)</sup> ( $\mathbf{V}_N^{(s)}$  と  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  は系に与える外部パラメータで, それは時間的に変化しないとする). ただし, スピン流  $\mathbf{I}_N^{(s)}$  は (電荷  $e$  を単位として) NM から出ていく方向を正とし, また FM 中にある同様な電圧  $V_F^{(s)}$  は FM 中の縦スピン流に影響するだけなのでゼロとおく (完全な取り扱い [4] を参照).

線形応答の範囲でこれら二つは

$$\begin{pmatrix} M\mathcal{V}\dot{\mathbf{n}} \\ \mathbf{I}_N^{(s)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{L}^{(mm)} & \tilde{L}^{(ms)} \\ \tilde{L}^{(sm)} & \tilde{L}^{(ss)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{\text{eff}} \\ \mathbf{V}_N^{(s)} \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

という式で書ける. ここで  $\tilde{L}^{(mm)}$  等は  $\mathbf{n}$  や  $\mathbf{s}_N$  に対する軸についての  $3 \times 3$  のテンソルである<sup>8)</sup>. 時間反転について磁化もスピンも反対称なので,

$$\tilde{L}_{ij}^{(sm)}(\mathbf{n}) = \tilde{L}_{ji}^{(ms)}(-\mathbf{n}) \quad (5.4)$$

<sup>5)</sup> 正確には温度勾配による化学ポテンシャルの変化も考慮する.

<sup>6)</sup> エントロピーの変化量で議論するのが普通である [9].

<sup>7)</sup> 変化率をとる前の, 普通の自由エネルギーの表式

$$F_N = -\mathbf{s}_N \cdot \mathbf{V}_N^{(s)}$$

から  $\mathbf{V}_N^{(s)} = -\frac{\partial F}{\partial \mathbf{s}_N}$  が与えられるとする.

<sup>8)</sup> たとえば  $M\mathcal{V}\dot{\mathbf{n}} = \tilde{L}^{(mm)} \mathbf{H}_{\text{eff}}$  とは

$$\begin{pmatrix} M\mathcal{V}\dot{n}_x \\ M\mathcal{V}\dot{n}_y \\ M\mathcal{V}\dot{n}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{L}_{xx}^{(mm)} & \tilde{L}_{xy}^{(mm)} & \tilde{L}_{xz}^{(mm)} \\ \tilde{L}_{yx}^{(mm)} & \tilde{L}_{yy}^{(mm)} & \tilde{L}_{yz}^{(mm)} \\ \tilde{L}_{zx}^{(mm)} & \tilde{L}_{zy}^{(mm)} & \tilde{L}_{zz}^{(mm)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\mathbf{H}_{\text{eff}})_x \\ (\mathbf{H}_{\text{eff}})_y \\ (\mathbf{H}_{\text{eff}})_z \end{pmatrix}.$$

という Onsager の関係が成り立つ。

$\mathbf{H}_{\text{eff}}$  により生じる  $\mathbf{I}_N$  (スピンポンピング) の応答係数  $\tilde{L}^{(sm)}$  は式 (3.2) から求めることができる<sup>9)</sup>。これに Onsager の関係式 (5.4) を用いて得られる  $M\mathcal{V}\dot{\mathbf{n}} = \tilde{L}^{(ms)}\mathbf{V}_N^{(s)}$  という式からスピン移行トルクを求めることで、“スピン混成”コンダクタンスのパラメタ  $G_{\perp}^{(R)}$  等の関係式 (3.3) が得られるのである。

以下、具体的に計算していく。

$$\mathbf{n} \times \equiv \tilde{O}(\mathbf{n}) = \begin{pmatrix} 0 & -n_z & n_y \\ n_z & 0 & -n_x \\ -n_y & n_x & 0 \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

という行列 (成分表示では  $\tilde{O}_{ij}(\mathbf{n}) = \sum_k \varepsilon_{ikj} n_k$ ) を導入すると接合系での LLG 方程式 (2.7) は

$$\left(1 - \alpha \tilde{O}(\mathbf{n})\right) \frac{d\mathbf{n}}{dt} = \tilde{O}(\mathbf{n})(-\gamma \mathbf{H}_{\text{eff}}) + \boldsymbol{\tau}_{\text{stt}} \quad (5.6)$$

と書き換えられ、いま電圧由来のスピン蓄積はないとすると  $\mathbf{V}_N^{(s)} = 0$  から  $\boldsymbol{\tau}_{\text{stt}}^{(\text{bias})} = 0$  となる。よって

$$\frac{d\mathbf{n}}{dt} = \tilde{O}(\mathbf{n}) \left(1 - \alpha \tilde{O}(\mathbf{n})\right)^{-1} (-\gamma \mathbf{H}_{\text{eff}}). \quad (5.7)$$

また、式 (3.2) も同様に書き換えると

$$\mathbf{I}_N^{(s,\text{pump})} = \frac{\hbar}{e} \left[ G_{\perp}^{(R)} \tilde{O}(\mathbf{n}) + G_{\perp}^{(I)} \right] \frac{d\mathbf{n}}{dt} \equiv \tilde{X}^{(sm)}(\mathbf{n}) \frac{d\mathbf{n}}{dt}. \quad (5.8)$$

この二つの式からただちに

$$\mathbf{I}_N^{(s,\text{pump})} = \tilde{X}^{(sm)}(\mathbf{n}) \tilde{O}(\mathbf{n}) \left(1 - \alpha \tilde{O}(\mathbf{n})\right)^{-1} (-\gamma \mathbf{H}_{\text{eff}}) \quad (5.9)$$

を得る。  $\mathbf{I}_N = \tilde{L}^{(sm)} \mathbf{H}_{\text{eff}}$  と見比べることで、

$$\tilde{L}^{(sm)} = -\gamma \tilde{X}^{(sm)}(\mathbf{n}) \tilde{O}(\mathbf{n}) \left(1 - \alpha \tilde{O}(\mathbf{n})\right)^{-1}. \quad (5.10)$$

$\tilde{O}_{ij}(\mathbf{n}) = {}^T \tilde{O}(-\mathbf{n})$  と  $\tilde{X}^{(sm)}(\mathbf{n}) = {}^T \tilde{X}^{(sm)}(-\mathbf{n})$  であることに注意すると Onsager の関係 (5.4) は

$$\begin{aligned} \tilde{L}^{(ms)}(\mathbf{n}) &= {}^T \left[ \tilde{L}^{(sm)}(-\mathbf{n}) \right] \\ &= -\gamma \left(1 - \alpha {}^T \tilde{O}(-\mathbf{n})\right)^{-1} {}^T \tilde{O}(-\mathbf{n}) {}^T \tilde{X}^{(sm)}(-\mathbf{n}) \\ &= -\gamma \left(1 - \alpha \tilde{O}(\mathbf{n})\right)^{-1} \tilde{O}(\mathbf{n}) \tilde{X}^{(sm)}(\mathbf{n}) \end{aligned} \quad (5.11)$$

となる。すなわち

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{n}} &= \frac{1}{M\mathcal{V}} \tilde{L}^{(ms)} \mathbf{V}_N^{(s)} \\ &= -\frac{\gamma}{M\mathcal{V}} \left(1 - \alpha \tilde{O}(\mathbf{n})\right)^{-1} \tilde{O}(\mathbf{n}) \tilde{X}^{(sm)}(\mathbf{n}) \mathbf{V}_N^{(s)}, \end{aligned} \quad (5.12)$$

この式の両辺に左から  $(1 - \alpha \tilde{O}(\mathbf{n}))$  を掛けて、もう一度 LLG 方程式 (2.7) に立ち戻って、磁場がない場合の式  $(1 - \alpha \tilde{O}(\mathbf{n}))\dot{\mathbf{n}} = \boldsymbol{\tau}_{\text{stt}}^{(\text{drift})}$  から

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_{\text{stt}}^{(\text{drift})} &= -\frac{\gamma}{M\mathcal{V}} \tilde{O}(\mathbf{n}) \tilde{X}^{(sm)}(\mathbf{n}) \mathbf{V}_N^{(s)} \\ &= -\frac{\gamma \hbar}{eM\mathcal{V}} \left[ G_{\perp}^{(R)} \mathbf{n} \times \left(\mathbf{n} \times \mathbf{V}_N^{(s)}\right) + G_{\perp}^{(I)} \left(\mathbf{n} \times \mathbf{V}_N^{(s)}\right) \right] \end{aligned} \quad (5.13)$$

となり、式 (2.6) と比較すると確かに関係式 (3.3) が得られることが分かる。

<sup>9)</sup> ただし注意しなければならないことは  $\mathbf{I}_N = \tilde{L}^{(sm)} \mathbf{H}_{\text{eff}}$  において  $\tilde{L}^{(sm)}$  が  $3 \times 3$  のテンソルであり、非対角項が存在することである。

## 参考文献

- [1] S. Maekawa, *et al.*, *Spin Current*, (Oxford, Oxford) 2012.  
参考にした章が以下にあがっている. <http://arxiv.org/abs/1108.0385>.
- [2] 河野浩, 他: スピントロニクス理論の基礎 (その2), 固体物理, **43** (2008) 3.
- [3] 不純物を取り入れた研究については, K.M.D. Hals, *et al.*, *EPL* **90** (2010) 4702.; A.A. Kovalev, *et al.*, *Phys. Rev. B* **66** (2002) 224424.
- [4] 界面でのスピン移行トルクも考慮に入れた研究については, A. Brataas, *et al.*, *Phys. Rep.* **427** (2006) 157.
- [5] S. Mizukami, *et al.*, *Jpn. J. Appl. Phys.* **40** (2001) 580; S. Mizukami, *et al.*, *Phys. Rev. B* **66** (2002) 104413.
- [6] A. Brataas, *et al.*, *Phys. Rev. B* **66** (2002) 060404.
- [7] Y. Tserkovnyak, *et al.*, *Rev. Mod. Phys.* **77** (2005) 1375.
- [8] K. Ando, *et al.*, *Nature Mater.* **10** (2011) 655.
- [9] G.D. Mahan, *Many Particle Physics*, (Springer, New York) 2000.